ESERCIZIO 1

Un velivolo presenta le seguenti caratteristiche:
- massa: M = 12.000 kg;
- carico alare: 3500 N/m^2**;**
- polare: $C_R = 0{,}025 + 0{,}015C_P^2$**.**
Determinare per la quota di 500 m:
a) la spinta necessaria in volo orizzontale con efficienza E = 5,5;
b) la corrispondente velocità di volo;
c) la spinta necessaria a compiere il volo in salita, sempre alla stessa velocità, con un angolo di rampa β **=20°.**

Soluzione: T_{no} = 21.405 N; V_{no} = 740 km/h; T_{ns} = 61.595 N

---

a) Calcolo della Spinta necessaria in V.R.O.U con efficienza E = 5,5

$$\text{essendo in V.R.O.U} \begin{cases} R = T_{no} \\ P = Q \end{cases} \Rightarrow T_{no} = R = \frac{P}{E} = \frac{Q}{E} = \frac{12.000 * 9{,}81}{5{,}5} N = 21.403{,}6N$$

b) Calcolo della velocità di volo in V.R.O.U. ad E=5,5 :

$$V_0^{\ 2} = \frac{Q}{\frac{1}{2}\rho_z C_P S} \quad \text{occorre calcolare } \rho_z\, C_P S$$

$$\rho_z = \rho_o\,(1 - 0{,}0000226 \cdot z)^{4{,}256} \cong 1{,}167\ \frac{kg}{m^3}$$

$$S = \frac{Q}{Q/S} = \frac{12000 * 9.81}{3500} = 33{,}63m^2$$

$$\text{dal sistema} \begin{cases} C_R = 0{,}025 + 0{,}015C_P^{\ 2} \\ C_P = 5{,}5C_R \end{cases} \quad \text{si ottiene } 0{,}015C_P^{\ 2} - \frac{C_P}{5{,}5} + 0{,}025 = 0$$

$$\text{risolvendo il sistema si ottiene..} \begin{cases} C_P = 11{,}97 \text{ da scartare xchè assetto non realistic} \\ C_P = 0{,}144 \end{cases}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{Q}{\frac{1}{2}\rho_z C_P S}} = \sqrt{\frac{12000 * 9.81}{\frac{1}{2} * 1{,}167 * 0{,}144 * 33{,}63}} = 204{,}10\, m/s = 734{,}7\ Km/h$$

c) Calcolo della Spinta necessaria in salita con β = 20°

$$\text{essendo in salita} \begin{cases} T_{ns} = R + Q\,\text{sen}\beta \\ P = Q\cos\beta \end{cases} \Rightarrow$$

$$T_{ns} = T_{no} + Q\,\text{sen}\beta = 21.403{,}6N + 12.000 * 9{,}81 * \text{sen}20° = 61.666.2\ N$$

ESERCIZIO 2

Un velivolo a getto ha le seguenti caratteristiche:
-Massa a pieno carico: Q = 7350 kg;
-Superficie alare: S = 25,4 m^2;
-Allungamento alare: λ = 5.
e vola in orizzontale e con moto uniforme a quota z = 9000 m alla velocità V_0 = 1000 km/h con una spinta del reattore T = 12.557 N.

Determinare:
la polare del velivolo secondo Prandtl e la sua velocità ascensionale a z = 9000 m quando sale con un angolo di rampa β = 12°, con la spinta massima del turbogetto che è di 21.582 N.

Soluzione: C_R=0,02582 + 0,0669 C_P^2 w_1=22,48 m/s e w_2= 36,86 m/s

---

a) Calcolo della polare di Prandtl

essendo $C_R = C_{R0} + \frac{C_P{}^2}{\pi\lambda e}$ occorre calcolare il C_{R0}

essendo in V.R.O.U $\begin{cases} R_0 = T_{no} \\ P = Q \end{cases} \Rightarrow T_{no} = R_0 = 12.557\,N$

$$\rho_z = \rho_o\,(1-0{,}0000226\cdot z)^{4{,}256} \cong 0{,}465\ \mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$$

$$C_P = \frac{2P}{\rho_z S V^2} = \frac{2Q}{\rho_z S V^2} = \frac{2 * 7.350 * 9{,}81}{0{,}465 * 25{,}4 * \left(\frac{1000}{3{,}6}\right)^2} = 0{,}158$$

$$C_R = \frac{2R}{\rho_z S V^2} = \frac{2\,T_{no}}{\rho_z S V^2} = \frac{2 * 12.557}{0{,}465 * 25{,}4 * \left(\frac{1000}{3{,}6}\right)^2} = 0{,}0275$$

quindi $C_{R0} = C_R - \frac{C_P{}^2}{\pi\lambda e} = 0{,}0275 - \frac{0{,}158^2}{\pi * 0{,}9 * 5} = 0{,}0258$

la polare sarà $C_R = 0{,}0258 + 0{,}070\,C_P{}^2$

b) Calcolo della velocità ascensionale w con β = 12°

essendo $w = V\operatorname{sen}\beta$ occorre calcolare la velocità V sulla traiettoria in salita

essendo $V^2 = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho_z C_P S}$ occorre calcolare il C_P relativo alla fase di salita essendo in salita $\begin{cases} T_{ns} = R + Q\,sen\beta \\ P = Q\cos\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = T_{ns} - Q\,sen\beta \\ P = Q\cos\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 21.582 - 7.350 * 9.81 * sen12 = 6590{,}8\,N \\ P = 7.350 * 9.81 * \cos 12 = 70.572{,}8\,N \end{cases} \Rightarrow$

$E = \frac{P}{R} = \frac{70.572{,}8}{6590{,}81} = 10{,}70$

Nota l'equazione della polare e l'efficienza si è in grado di calcolare i coefficienti aerodinamici C_P e C_R :

$$\begin{cases} C_R = 0{,}02581 + 0{,}0669 C_P^2 \\ \dfrac{C_P}{C_R} = 10{,}70 \end{cases}$$

Il sistema ammette due soluzioni; dai calcoli risulta:

$$\begin{cases} C_{R1} = 0{,}0951 \\ C_{R2} = 0{,}0354 \end{cases} \quad \begin{cases} C_{P1} = 1{,}0176 \\ C_{R2} = 0{,}3788 \end{cases}$$

I due assetti sono entrambi realistici, per cui si passa al calcolo delle corrispondenti velocità di volo:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2\,P}{\rho\,S\,C_P}} = \sqrt{\frac{2 \times 70.527{,}82}{0{,}4664 \times 25{,}4 \times 1{,}0176}} = 108{,}16\,\frac{m}{s} = 389\,\frac{km}{h}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\,P}{\rho\,S\,C_P}} = \sqrt{\frac{2 \times 70.527{,}82}{0{,}4664 \times 25{,}4 \times 0{,}3788}} = 177{,}28\,\frac{m}{s} = 638\,\frac{km}{h}$$

Le velocità ascensionali corrispondenti sono:

$$W_1 = V_1\,sen\beta = 108{,}16 \times sen12° = 22{,}48\ m/s$$
$$W_2 = V_2\,sen\beta = 177{,}28 \times sen12° = 36{,}86\ m/s$$

ESERCIZIO 3

Un velivolo da trasporto passeggeri a medio e lungo con propulsori a getto raggio ha le seguenti caratteristiche:

- Peso massimo al decollo : $Q = 1.140$ kN
- Spinta massima: $T_{d0} = 190$ kN
- Superficie alare: $S = 260\ m^2$
- Apertura alare: $b = 44{,}84$ m
- coeff. di resistenza minimo: $c_{D0} = 0{,}018$
- coeff. di portanza massimo: $c_{Pmax} = 1{,}10$

Determinare per la quota di 30.000 ft:
a) la velocità massima del volo orizzontale;
b) l'angolo di rampa massima della salita;
c) la massima velocità ascensionale.
d) spinta per la massima distanza percorribile e per la mssima durata di volo

Soluzione: $V_{max} = 253$ m/s; $\beta_{max} = 0{,}959°$;$w_{max} = 3$ m/s; $T_1 = 75{,}5$ kN e $T_2 = 65{,}5$kN

---

a) Calcolo della V_{max} in V.R.O.U

La v_{max} si ottiene, alla quota stabilita (z =30.000 ft), dall'intersezione dalle curva della spinta disponibile $T_d(V)$ con con quella, $T_{no}(V)$, necessaria al VROU. Non avendo a disposizione i dati per tracciare le curve, ma solo la spinta max disponibile a quota 0, possiamo ritenere che la velocità massima si raggiunge quanto i propulsori erogano la massima spinta alla quota di 30.000ft .

essendo $T_{dz} = T_{d0}\left(\frac{\rho_z}{\rho_0}\right)^{0{,}824}$ poichè risulta $\rho_z = \rho_o\,(1-0{,}0000226\cdot(30.000\cdot 0{,}3048))^{4{,}256} \cong 0{,}458\ {}^{kg}\!/_{m^3}$

$$T_{dz} = T_{d0}\left(\frac{\rho_z}{\rho_0}\right)^{0{,}824} = 190\cdot\left(\frac{0{,}458}{1{,}225}\right)^{0{,}824} = 84{,}47\,\text{kN}$$

poichè in VROU è $V_{max} = \sqrt{\dfrac{Q}{\frac{1}{2}\rho_z C_P S}}$ occorre calcolare il C_P dell'assetto per cui Td è massima

Il C_p si può ricavare risolvendo un sistema in due equazioni e due incognite , tra le espressioni della polare di Prandtl e quella dell'efficienza aerodinamica:

$$\begin{cases} C_R = C_{R0} + \dfrac{C_P^{\,2}}{\pi\lambda e} \\ E = \dfrac{C_P}{C_R} = \dfrac{P}{R} = \dfrac{Q}{T_d} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_R = 0{,}018 + \dfrac{C_P^{\,2}}{\pi\cdot\left({}^{b^2}\!/_{S}\right)\cdot e} \\ E = \dfrac{C_P}{C_R} = \dfrac{1140}{84{,}47} = 13{,}495 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_R = 0{,}018 + \dfrac{C_P^{\,2}}{21{,}854} \\ \dfrac{C_P}{C_R} = 13{,}495 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_R = 0{,}018 + 0{,}0457\cdot C_P^{\,2} \\ C_P = 13{,}495\,C_R \end{cases}$$

dal sistema si ottiene $0{,}0457\,C_P^{\,2} - \dfrac{C_P}{13{,}495} + 0{,}018 = 0$

risolvendo il sistema si ottiene.. $\begin{cases} C_P = 1{,}324 \text{ da scartare xchè superiore al } C_{pmax} = 1{,}1 \\ C_P = 0{,}297 \end{cases}$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{Q}{\frac{1}{2}\rho_z C_P S}} = \sqrt{\frac{1.140.000}{0{,}5 \cdot 0{,}458 \cdot 0{,}297 \cdot 260}} = 253{,}90\, m/s = 914{,}05\, Km/h$$

b) Calcolo dell'angolo di rampa massimo in salita β_{max}

Il β_{max} si ottiene quando si sale all'assetto di **salita ripida**, che per un velivolo turbogetto, corrisponde all'assetto di E_{max},

$$C_{PEmax} = \sqrt{\pi\lambda e C_{R0}} = \sqrt{\pi \frac{b^2}{S} e C_{R0}} = 0{,}627$$

$$C_{REmax} = 2 \cdot C_{R0} = 0{,}036$$

$$E_{max} = 17{,}42$$

$$V_{Emax} = \sqrt{\frac{Q}{\frac{1}{2}\rho_z C_{PEmax} S}} = \sqrt{\frac{1.140.000}{0{,}5 \cdot 0{,}458 \cdot 0{,}627 \cdot 260}} = 174{,}75\, m/s \quad (\text{velocità economica})$$

$$\text{poichè } \beta = \text{arcsen}\frac{\Delta T}{Q} = \text{arcsen}\left(\frac{Td - Tno}{Q}\right) \quad \text{occorre calcolare la Tno alla quota Z e ad } E_{max}$$

$$Tno = \frac{Q}{E_{max}} = \frac{1140}{17{,}42} = 65{,}44\, kN$$

$$\beta_{max} = \text{arcsen}\left(\frac{Td - Tno}{Q}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{84{,}47 - 65{,}44}{1.140}\right) = \text{arcsen}(0{,}0167) = 0{,}956°$$

c) Calcolo della velocità ascensionale massima w_{max}

La w_{max} che corrisponde all'assetto di **salita rapida** (guadagno di quota più rapido possibile) , si ottiene da: :

$$w_{max} = \frac{(\Delta T \cdot V)_{max}}{Q} = \frac{(\Delta T)_{max} \cdot V}{Q}$$

quindi si raggiunge la w_{max} quando si ha il massimo supero di spinta ΔT_{max} che, con buona approssimazione, si può pensare di realizzare sempre all'assetto di E_{max}. Pertanto deve essere $V = V_{Emax}$ e $\Delta T_{max} = \Delta T_{Emax}$

$$w_{max} = \frac{(\Delta T \cdot V)_{max}}{Q} = \frac{(Td - Tno)_{Emax} \cdot V_{Emax}}{Q} = \frac{(84{,}47 - 65{,}44) \cdot 174{,}75}{1.140} = 2{,}917\, m/s$$

d) Calcolo della spinte

La spinta che corrisponde alla massima distanza percorribile (massima autonomia chilometrica), si ottiene, per un turbogetto, all'assetto di $(E/\sqrt{C_P})_{max}$, quando cioè il velivolo viaggia alla velocità di crociera.

$$C_{P(E/\sqrt{Cp})max} = \sqrt{\frac{1}{3}\pi\lambda e C_{R0}} = 0{,}362$$

$$C_{R(E/\sqrt{Cp})max} = \frac{4}{3} \cdot C_{R0} = 0{,}024$$

$$E_{(E/\sqrt{Cp})max} = 15{,}08$$

$$Td_{(E/\sqrt{Cp})max} = R = \frac{Q}{E_{(E/\sqrt{Cp})max}} = \frac{1140}{15{,}08} = 75{,}58\,kN$$

La spinta che corrisponde alla massima durata di volo (massima autonomia oraria), si ottiene, per un turbogetto, all'assetto di E_{max}, quando cioè il velivolo viaggia alla velocità economica, pertanto è stata già calcolata nel punto precedente b) e pari a 65,44 kN