

ESERCIZIO 1

Un velivolo presenta le seguenti caratteristiche: massa di 8000 kg; carico alare di 480 kg/m²; polare aerodinamica espressa mediante l'equazione: $C_R = 0,02 + 0,04 C_p^2$

Tale velivolo vola ad una quota costante di 8000 m in moto rettilineo uniforme alla velocità $V = 800$ km/h. Ad un certo istante il pilota, volendo invertire la rotta, esegue una virata corretta mantenendo la spinta del propulsore costante ed uguale a quella del moto rettilineo, facendo assumere al velivolo l'efficienza massima.

Dopo aver disegnato lo schema e scritto le relative equazioni di equilibrio delle forze agenti in virata corretta, determinare la velocità, l'angolo di inclinazione trasversale, il raggio di curvatura ed il valore del coefficiente di contingenza durante la virata.

Soluzione: $V = 636$ km/h; $\vartheta = 35^\circ 36' 25''$; $r = 4443$ m; $n = 1,23$

a) Fase di V.R.O.U

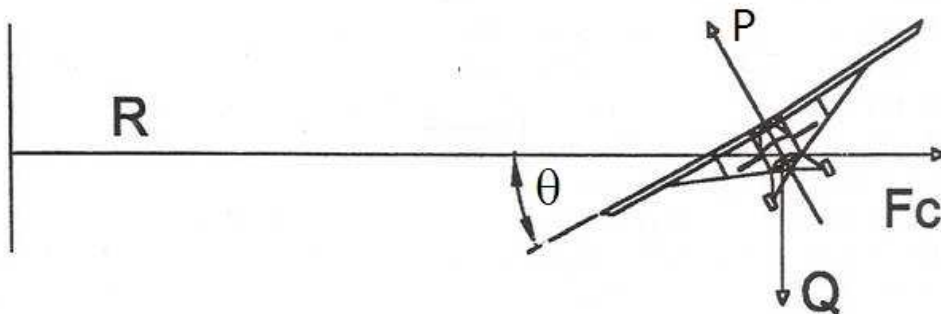
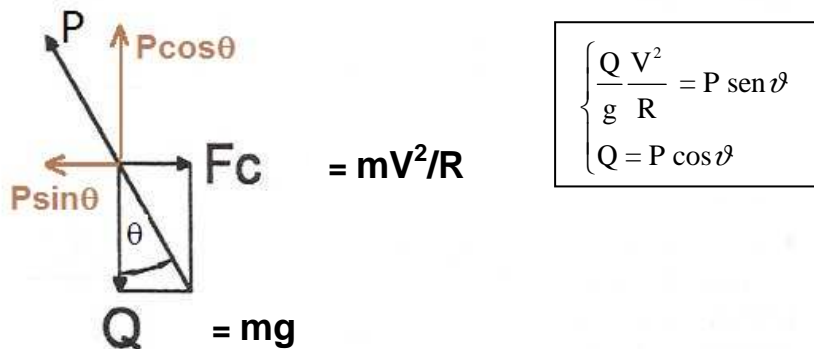
$$\rho_z = \rho_o (1 - 0,0000226 \cdot z)^{4,256} \cong 0,524 \text{ kg/m}^3$$

$$S = \frac{Q}{Q/S} = \frac{8000}{480} = 16,66 \text{ m}^2$$

$$\text{essendo in V.R.O.U} \begin{cases} R = T_{no} \\ P = Q = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_p \end{cases} \Rightarrow C_p = \frac{2Q}{\rho V^2 S} = \frac{2 \cdot 8000 \cdot 9,81}{0,524 \cdot \left(\frac{800}{3,6}\right)^2 \cdot 16,66} = \frac{156.960}{423.081,48} = 0,364$$

$$C_R = 0,02 + 0,04 C_p^2 = 0,0253 \Rightarrow R = T_{no} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_R = 5.453,45 \text{ N}$$

b) Fase di virata corretta con $T_V = T_{no}$ ed assetto corrispondente ad E_{max}



$$\text{essendo } T_v = T_{no} \Rightarrow R_v = R_{no} = 5.453,45 = \frac{1}{2} \rho V_v^2 S C_{RV}$$

$$\text{dalla polare ricavò } C_{RV} = C_{RE_{max}} = 2 \cdot C_{R0} = 0,04$$

$$V_v = \sqrt{\frac{R_v}{\frac{1}{2} \rho_z C_{RV} S}} = \sqrt{\frac{5.453,45}{0,5 \cdot 0,524 \cdot 0,04 \cdot 16,66}} = 176,73 \text{ m/s} = 636,24 \text{ km/h}$$

$$\text{dalla polare ricavò inoltre } \frac{1}{\pi \lambda e} = 0,04 \Rightarrow \pi \lambda e = 25 \Rightarrow C_{PV} = C_{PE_{max}} = \sqrt{\pi \lambda e \cdot C_{R0}} = 0,707$$

$$E_v = E_{max} = \frac{C_{PE_{max}}}{C_{RE_{max}}} = \frac{0,707}{0,04} = 17,675$$

$$P = E_v \cdot R_v = 17,657 \cdot 5.453,45 = 96.291,56 \text{ N}$$

$$\text{essendo } P \cos \vartheta = Q \Rightarrow \cos \vartheta = \frac{Q}{P} = \frac{8000 \cdot 9,81}{96.291,56} = 0,815 \Rightarrow \vartheta = \arccos 0,815 = 35,41 = 35^\circ 24'$$

$$\text{il raggio di virata si ottiene da: } \Rightarrow R = \frac{V_v^2}{g \cdot \text{tg} \vartheta} = \frac{176,73^2}{9,81 \cdot \text{tg} 35,41} = 4.478,4 \text{ m}$$

$$\text{il fattore di contingenza si ottiene da: } \Rightarrow n = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos 35,41} = 1,226$$

ESERCIZIO 2

Un velivolo ad elica a passo variabile presenta le seguenti caratteristiche: massa di 2400 kg; superficie alare $S = 15 \text{ m}^2$; allungamento = 9, coefficiente di resistenza di forma = 0,03.

Determinare la velocità in moto orizzontale uniforme a quota $z = 4000 \text{ m}$ con un'incidenza corrispondente ad un'efficienza $E = 8$.

Tale velivolo deve poi compiere una virata corretta di 180° alla stessa quota. Assumendo con criterio i dati mancanti, determinare se sia più conveniente, nei riguardi del tempo e del consumo, compiere tale virata con lo stesso assetto oppure con la stessa velocità del volo rettilineo, dovendo la virata essere effettuata in modo che il fattore di contingenza sia $n = 1,8$. Si assuma un consumo specifico di $0,2 \text{ kg/CVh}$ ed un rendimento dell'elica di $0,8$

Soluzione: $V = 437 \text{ km/h}$

- Allo stesso assetto: $t = 34,8 \text{ s}$; consumo = $2,82 \text{ kg}$

- Alla stessa velocità: $t = 25,9 \text{ s}$; consumo = $1,03 \text{ kg}$ -----> Il secondo caso risulta più conveniente;

a) Fase di V.R.O.U ad assetto corrispondente ad $E=8$

$$\rho_{4000} = \rho_o (1 - 0,0000226 \cdot z)^{4,256} \cong 0,818 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{la polare di Prandtl si scrive: } C_R = C_{R0} + \frac{1}{\pi \lambda_e} C_p^2 = 0,03 + 0,039 C_p^2$$

$$\text{Inoltre poichè risulta } E = \frac{C_p}{C_R} = 8$$

L'assetto si può ricavare risolvendo un sistema in due equazioni e due incognite:

$$\begin{cases} C_R = 0,03 + 0,039 C_p^2 \\ E = \frac{C_p}{C_R} = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_R = 0,03 + 0,039 \cdot C_p^2 \\ C_R = \frac{C_p}{8} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{C_p}{8} = 0,03 + 0,039 C_p^2 \\ C_R = \frac{C_p}{8} \end{cases}$$

dal sistema si ottiene l'equazione $0,039 C_p^2 - 0,125 C_p + 0,03 = 0$

e quindi le soluzioni... $\begin{cases} C_p = 2,943 \text{ da scartare xchè non realistico} \\ C_p = 0,261 \end{cases}$

$$\text{e quindi } C_R = 0,03 + 0,039 \cdot C_p^2 = 0,0326$$

$$V_o = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\rho S C_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 2400}{0,818 \cdot 15 \cdot 0,261}} = 121,26 \text{ m/s} = 436,53 \text{ km/h}$$

b) Virata corretta di 180° ad assetto costante ($C_{PV} = C_{Pno}$) con $n=1,8$

$$\text{in tal caso risulta } \begin{cases} C_{PV} = C_{Pno} = 0,261 \\ V_V = V_o \sqrt{n} = 121,26 \cdot \sqrt{1,8} = 162,68 \text{ m/s} \end{cases}$$

l'angolo di sbandamento è $\vartheta = \arccos\left(\frac{1}{n}\right) = \arccos\left(\frac{1}{1,8}\right) = 56,25 = 56^\circ 15'$

il raggio di virata si ottiene da: $r = \frac{V_v^2}{g \cdot \operatorname{tg} \vartheta} = \frac{162,68^2}{9,81 \cdot \operatorname{tg} 56,25} = 1.802,56 \text{ m}$

il tempo che occorre per una virata di 180° è: $t = \frac{\text{spazio}}{\text{velocità}} = \frac{\pi r}{V_v} = \frac{3,14 \cdot 1.802,56}{162,68} = 34,8 \text{ s}$

Per calcolare il consumo occorre calcolare la potenza assorbita in virata:

potenza nex in VROU $\Pi_{no} = T_{no} \cdot V_o = R_o \cdot V_o = \frac{1}{2} \rho S C_R V_o^3 = 356,603 \text{ kW}$

potenza nex in virata: $\Pi_{nV} = \frac{\Pi_{no}}{\sqrt{\cos^3 \vartheta}} = \frac{356,603}{\sqrt{\cos^3 56,25}} = 861,145 \text{ kW} = \frac{861,145}{0,735} = 1.171,6 \text{ CV}$

potenza assorbita in virata: $\Pi_{assV} = \frac{\Pi_{nV}}{\eta} = \frac{1.171,6 \text{ CV}}{0,8} = 1.464,5 \text{ CV}$

consumo in virata di 180° è: $c = C_s \cdot \Pi_{assV} \cdot t = 0,2 \cdot 1.464,5 \cdot \frac{34,8}{3600} = 2,83 \text{ Kg}$

c) **Virata corretta di 180° a velocità costante ($V_v = V_{no}$) con $n=1,8$**

in tal caso risulta $\begin{cases} V_v = V_o = 121,26 \text{ m/s} \\ C_{pV} = n \cdot C_{pno} = 1,8 \cdot 0,261 = 0,470 \end{cases}$

l'angolo di sbandamento è rimane sempre $\vartheta = \arccos\left(\frac{1}{n}\right) = 56^\circ 15'$

il raggio di virata si ottiene da: $r = \frac{V_v^2}{g \cdot \operatorname{tg} \vartheta} = \frac{121,26^2}{9,81 \cdot \operatorname{tg} 56,25} = 1.001,52 \text{ m}$

il tempo che occorre per una virata di 180° è: $t = \frac{\text{spazio}}{\text{velocità}} = \frac{\pi r}{V_v} = \frac{3,14 \cdot 1.001,52}{121,26} = 25,9 \text{ s}$

Poiché è aumentato il C_p , aumenterà il C_R (cioè la resistenza) e quindi la potenza necessaria:

$$C_R = 0,03 + 0,039 \cdot C_p^2 = 0,03 + 0,039 \cdot 0,470^2 = 0,0386$$

potenza nex in virata $\Pi_{nV} = R \cdot V_v = \frac{1}{2} \rho S C_R V_o^3 = 422,23 \text{ kW} = 574,47 \text{ CV}$

potenza assorbita in virata: $\Pi_{assV} = \frac{\Pi_{nV}}{\eta} = \frac{574,47}{0,80} = 718,08 \text{ CV}$

consumo in virata di 180° è: $c = C_s \cdot \Pi_{assV} \cdot t = 0,2 \cdot 718,08 \cdot \frac{25,9}{3600} = 1,03 \text{ Kg}$
